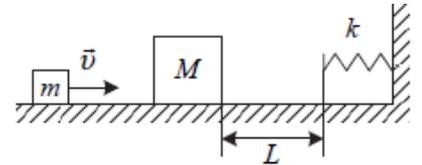


## 11 Класс.

### Задача № 1.

Небольшой брусок массой  $m = 100$  г, скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, абсолютно не упруго сталкивается с неподвижным телом массой  $M = 2m$ . При дальнейшем поступательном движении тела налетают на недеформированную пружину, одним концом прикреплённую к стене (см. рисунок). Через какое время  $t$  после абсолютно неупругого удара бруски вернутся в точку столкновения? Скорость движения бруска до столкновения  $v = 2$  м/с, жёсткость пружины  $k = 30$  Н/м, а расстояние от точки столкновения до пружины  $L = 10$  см.



### Возможное решение

1. В процессе абсолютно неупругого столкновения сохраняется суммарный импульс системы тел:  $mv = (m + M)v_1$ , где  $v_1$  – скорость тел после столкновения.
2. Так как поверхность гладкая, то трения нет, и движение тел от момента удара до момента касания свободного конца пружины будет равномерным:  $L = v_1 t_1$ , где  $t_1$  – время движения на этом участке.
3. После касания пружины и до отрыва от неё тела будут двигаться, совершая гармоническое колебание. До отрыва пройдёт время  $t_2 = \frac{1}{2}T$ , где  $T$  – период колебаний груза на пружине:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m + M}{k}}$ .
4. Отрыв тел от пружины произойдёт в точке касания пружины. По закону сохранения механической энергии при гармонических колебаниях, скорость тел в точке отрыва равна  $v_1$ . Дальнейшее движение тел будет равномерным. Поэтому полное время движения тел до точки столкновения

$$t = 2t_1 + t_2 = \frac{2L}{v_1} + \frac{T}{2} = \frac{2L(m + M)}{mv} + \pi\sqrt{\frac{m + M}{k}}.$$

5. Учитывая, что  $M = 2m$ , получим

$$t = \frac{6L}{v} + \pi\sqrt{\frac{3m}{k}} = \frac{6 \cdot 0,1}{2} + 3,14 \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot 0,1}{30}} = 0,614 \text{ с.}$$

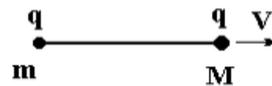
### Критерии оценивания

- За 1-й пункт – 2 балла
- За 2-й пункт – 2 балла
- За 3-й пункт – 2 балла
- За 4-й пункт – 2 балла
- За 5-й пункт – 2 балла

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

### Задача № 2. Связанные заряды

Шарики массы  $m = 1$  г и  $M = 5$  г связанные нерастяжимой нитью имеют заряды  $q$  по 2 мкКл каждый. Шарики летят вдоль направления нити с равными скоростями  $V = 8$  км/с. Нить пережигают. Какова была длина нити, если после разрыва нити шарик массой  $m$  остановился?



#### Возможное решение

1. Пусть конечная скорость заряда массой  $M$  равна  $U$ . Т.к. движение системы происходит вдоль одного направления, то из закона сохранения импульса следует:  $V(M + m) = MU$  (1)
2. Начальная энергия системы это кинетическая энергия двух шариков и потенциальная энергия их кулоновского взаимодействия, конечная энергия, после разлёта шариков равна кинетической энергии шарика массой  $M$ , а потенциальная энергия кулоновского взаимодействия равна нулю.

Т.е. закон сохранения энергии будет:  $\frac{MV^2}{2} + \frac{mV^2}{2} + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L} = \frac{MU^2}{2}$  (2)

3. Далее несложно получить, что  $L = \frac{q^2 M}{4\pi\epsilon_0 m(m+M)V^2} = \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 9 \cdot 10^9}{6 \cdot 10^{-6} \cdot 64 \cdot 10^6} \approx 0,47$  м

#### Критерии оценивания

За 1-й пункт – 3 балла

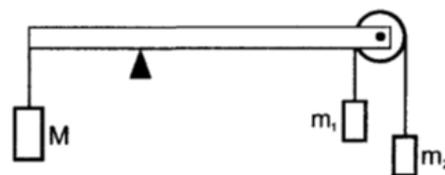
За 2-й пункт – 4 балла

За 3-й пункт – 3 балла

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

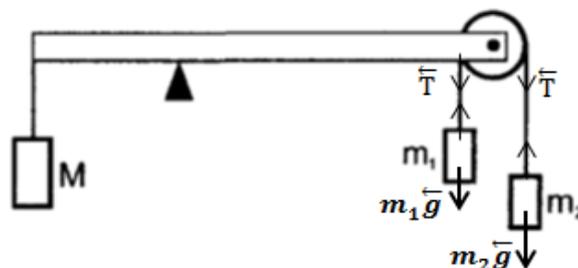
### Задача № 3 Блок на коромысле

Система тел состоит из невесомого стержня длины  $l = 70$  см, положенного на неподвижную призму, расположенную посередине стержня, и находящегося в равновесии, невесомого блока с двумя грузами массой  $m_1$  и  $m_2$ , а так же груза массой  $M = 3$  кг, прикреплённых к концам стержня (см. рис). При движении грузов  $m_1$  и  $m_2$  равновесие стержня сохраняется, если точка опоры стержня сдвинута на расстояние  $\Delta l = 10$  см левее относительно середины стержня. Определить массы грузов  $m_1$  и  $m_2$ . Трением везде пренебречь.



#### Возможное решение

1. Т.к. сначала система находилась в равновесии, то  $m_1 + m_2 = M$ .
2. При движении грузов условие равновесия системы:  $Mg \cdot \left(\frac{l}{2} - \Delta l\right) = \left(\frac{l}{2} + \Delta l\right) \cdot 2T$ , где  $T$  сила натяжения нитей (см. рис.)
3. Пусть груз  $m_2$  движется ускоренно вниз, тогда по 2-му закону Ньютона  $m_2 a = m_2 g - T$  и соответственно  $m_1 a = T - m_1 g$
4. Из последних двух уравнений легко находим, что  $T = \frac{2 \cdot m_1 \cdot m_2}{M}$ ; подставив это выражение  $T$  в (2), а так же заменив  $m_2 = M - m_1$  получим квадратное уравнение



$$4m_1^2 - 4Mm_1 + \frac{l - 2\Delta l}{l + 2\Delta l} \cdot M^2 = 0$$

Корни этого уравнения:  $m_{1,2} = \frac{M}{2} \cdot \left( 1 \pm \sqrt{\frac{4 \cdot \Delta l}{l + \Delta l}} \right)$ . откуда  $m_1 = 1$  кг и  $m_2 = 2$  кг

### Критерии оценивания

За 1-й пункт – 2 балла

За 2-й пункт – 3 балла

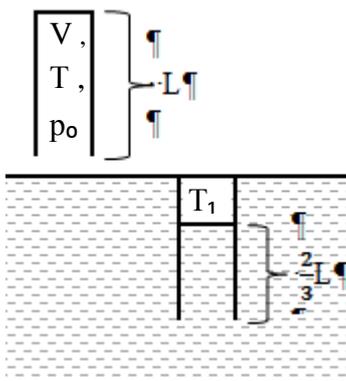
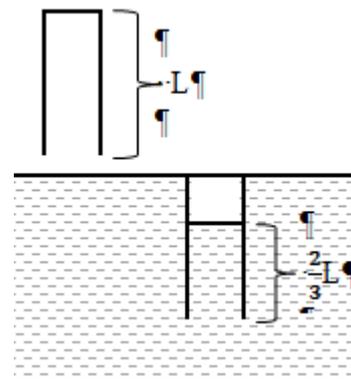
За 3-й пункт – 2 балла

За 4-й пункт – 3 балла

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

### Задача № 4

Запаянная с одного конца цилиндрическая трубка длиной  $L$  погружалась в воду до тех пор, пока запаянный конец её оказался на одном уровне с поверхностью воды. Когда температуры воздуха и воды уравнились, оказалась, что вода в трубке поднялась на высоту  $\frac{2}{3}L$ . Определите начальную температуру воздуха в трубке, если температура воды  $T_1$ , атмосферное давление  $p_0$ .



### Возможное решение

1. Изменение состояния воздуха в трубке подчиняется закону Клапейрона при неизменном количестве молей

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_1V_1}{T_1}$$

2. До погружения трубки: давление  $p = p_0$ , Объем воздуха  $V$ . Температура  $T$ .

3. В погруженной трубке: давление воздуха  $p_1 = p_0 + \frac{1}{3}L\rho g$ . Объем воздуха  $V_1 = \frac{1}{3}LS$ , и температура  $T_1$

4. Тогда закон Клапейрона

$$\frac{p_0LS}{T} = \frac{\left(p_0 + \frac{1}{3}\rho gL\right)\frac{1}{3}LS}{T_1}$$

5. Откуда следует:

$$T = T_1 \frac{3p_0}{p_0 + \frac{1}{3}\rho gL}$$

### Критерии оценивания

За 1-й пункт – 2 балла

За 2-й пункт – 2 балла

За 3-й пункт – 3 балла

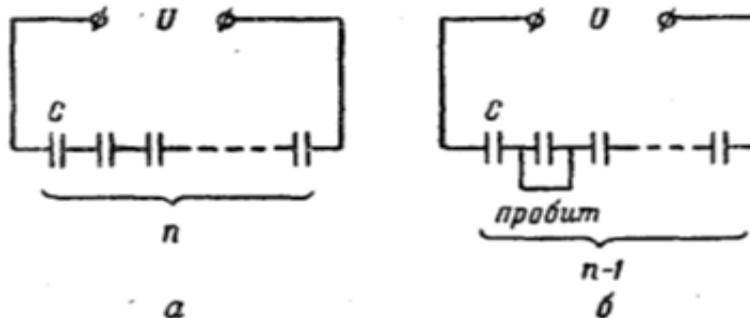
За 4-й пункт – 2 балла

За 5-й пункт – 1 балл

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

### Задача № 5

Батарея из  $n$  последовательно соединённых конденсаторов, ёмкостью  $C$  каждый, подключены к постоянному напряжению  $U$  (см. рис.). Один из конденсаторов пробивается. Определить: 1) изменение энергии батареи; 2) работу источника тока.



#### Возможное решение

1. До пробоя ёмкость батареи (рис. а)  $C_n = C/n$ ,
2. Энергия батареи при этом  $W_1 = \frac{1}{2} C_n U^2 = \frac{CU^2}{2n}$ .
3. После пробоя (рис. б) ёмкость батареи:  $C_{n-1} = \frac{C}{n-1}$
4. Энергия батареи при этом  $W_2 = \frac{C_{n-1} U^2}{2} = \frac{CU^2}{2(n-1)}$ .
5. Изменение энергии  $\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{CU^2}{2n(n-1)} > 0$
6. Энергия системы увеличилась за счет работы источника тока. Т.к.  $U = \text{const}$ , то  $A_{\text{ист}} = U \cdot \Delta q$
7.  $\Delta q$  – изменение заряда на обкладках конденсаторов в результате пробоя одного из них  

$$\Delta q = q_2 - q_1 = C_{n-1}U - C_n U = \frac{CU}{n(n-1)}$$
8. Тогда работа источника:  $A_{\text{ист}} = \frac{CU^2}{n(n-1)}$ .

#### Критерии оценивания

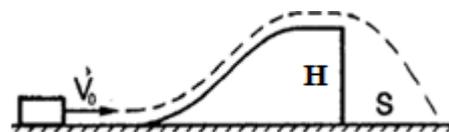
- За 1-й пункт – 1 балл
- За 2-й пункт – 1 балл
- За 3-й пункт – 1 балл
- За 4-й пункт – 2 балла
- За 5-й пункт – 2 балла
- За 6-й пункт – 2 балла
- За 7-й пункт – 1 балл
- За 8-й пункт – 1 балл

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

## 10 Класс.

### Задача №1. Трамплин

Шайба, скользя по гладкому полу со скоростью  $V_0 = 12$  м/с, поднимается на трамплин, верхняя часть которого горизонтальна, и соскакивает с него (см. рис.). При какой высоте трамплина  $H$  дальность полета шайбы  $S$  будет максимальна? Какова эта дальность?



#### Возможное решение

1. Для начальной точки и точки на вершине трамплина по закону сохранения энергии

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + mgH$$

2. Время падения шайбы с вершины трамплина определим из уравнения

$$H = \frac{gt^2}{2} \text{ . откуда } t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \text{ .}$$

3. Дальность полёта шайбы  $S = V_1 t = V_1 \sqrt{\frac{2H}{g}}$  .

4. Для определения максимальной дальности полета шайбы (3) преобразуем к виду  $S^2 = V_1^2 \frac{2H}{g}$

5.  $V_1^2$  найдём из (1) и подставим в (4), т.е.  $V_1^2 = V_0^2 - 2gH$  и тогда  $S^2 = V_0^2 \cdot \frac{2H}{g} - 4H^2$

6. Очевидно, что  $S^2(H)$  – парабола и ее максимум достигается при  $H = \frac{V_0^2}{4g}$  . Тогда максимум

$$S = \frac{V_0^2}{2g} \text{ .}$$

$$8.16: h = V_0^2 / 4g = 3,6 \text{ м}, S = V_0^2 / 2g = 7,2 \text{ м}.$$

7. Подставляя числовые значения, получим ответ:  $H = 3,6$  м ;  $S = 7,2$  м

#### Критерии оценивания

За 1-й пункт – 2 балл

За 2-й пункт – 1 балл

За 3-й пункт – 1 балл

За 4-й пункт – 2 балла

За 5-й пункт – 2 балла

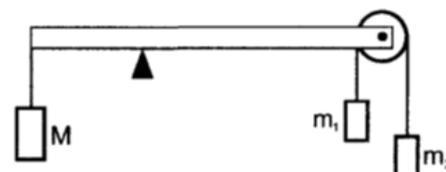
За 6-й пункт – 1 балла

За 7-й пункт – 1 балл

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

### Задача №2. Блок на коромысле

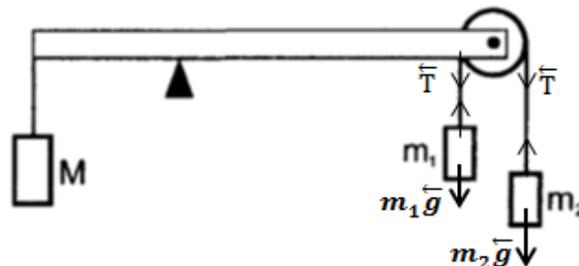
Система тел состоит из невесомого стержня длины  $l = 70$  см, положенного на неподвижную призму, расположенную посередине стержня, и находящегося в равновесии, невесомого блока с двумя грузами массой  $m_1$  и  $m_2$ , а так же груза массой  $M = 3$  кг, прикреплённых к концам стержня (см. рис.). При движении грузов



$m_1$  и  $m_2$  равновесие стержня сохраняется, если точка опоры стержня сдвинута на расстояние  $\Delta l = 10$  см левее относительно середины стержня. Определить массы грузов  $m_1$  и  $m_2$ . Трением везде пренебречь.

### Возможное решение

1. Т.к. сначала система находилась в равновесии, то  $m_1 + m_2 = M$ .
2. При движении грузов условие равновесия системы:  $Mg \cdot \left(\frac{l}{2} - \Delta l\right) = \left(\frac{l}{2} + \Delta l\right) \cdot 2T$ , где  $T$  сила натяжения нитей (см. рис.)



3. Пусть груз  $m_2$  движется ускоренно вниз, тогда по 2-му закону Ньютона  $m_2 a = m_2 g - T$  и соответственно  $m_1 a = T - m_1 g$
4. Из последних двух уравнений легко находим, что  $T = \frac{2 \cdot m_1 \cdot m_2}{M}$ ; подставив это выражение  $T$  в (2)., а так же заменив  $m_2 = M - m_1$  получим квадратное уравнение

$$4m_1^2 - 4Mm_1 + \frac{l - 2\Delta l}{l + 2\Delta l} \cdot M^2 = 0$$

Корни этого уравнения:  $m_{1,2} = \frac{M}{2} \cdot \left(1 \pm \sqrt{\frac{4 \cdot \Delta l}{l + \Delta l}}\right)$ . откуда  $m_1 = 1$  кг и  $m_2 = 2$  кг

### Критерии оценивания

- За 1-й пункт – 2 балла
- За 2-й пункт – 3 балла
- За 3-й пункт – 2 балла
- За 4-й пункт – 3 балла

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

### Задача № 3. Ледяная смесь

Теплоизолированный сосуд содержит смесь, состоящую из воды  $m_1 = 10$  кг и льда  $m_2 = 2$  кг, находящиеся в тепловом равновесии. В сосуд подают водяной пар при  $t = 100^\circ\text{C}$  в количестве  $m_3 = 2$  кг. Найти установившуюся температур равновесной системы.

Справка. Удельная теплоёмкость воды –  $c = 4,2 \cdot 10^3$  Дж/(кг·К). Удельная теплота плавления льда –  $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$  Дж/кг. Удельная теплота парообразования воды –  $r = 2,3 \cdot 10^6$  Дж/кг

### Возможное решение

1. Количество теплоты, выделенной при конденсации пара –
2. Количество теплоты, выделенной при охлаждении воды, полученной из пара от  $100^\circ\text{C}$  до температуры равновесного состояния  $\theta$   $Q_2 = c \cdot m_3 \cdot (100^\circ\text{C} - \theta)$
3. Количество теплоты, поглощённой при таянии льда –  $Q_3 = \lambda \cdot m_2$
4. Количество теплоты, поглощённой при нагревании воды растаявшего льда до температуры равновесного состояния  $\theta$  –  $Q_4 = c \cdot (m_1 + m_2) \cdot \theta$

5. Уравнение теплового баланса в этом процессе:  $Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4$  или

$$r \cdot m_3 + c \cdot m_3 \cdot (100^\circ\text{C} - \theta) = \lambda \cdot m_2 + c \cdot (m_1 + m_2) \cdot \theta$$

6. Определим установившуюся температуру:

$$\theta = \frac{rm_3 + cm_3\theta - \lambda m_1}{c(m_1 + m_2 + m_3)} \approx 81^\circ\text{C}$$

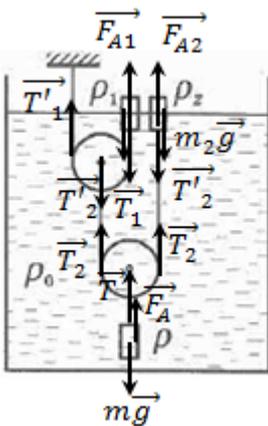
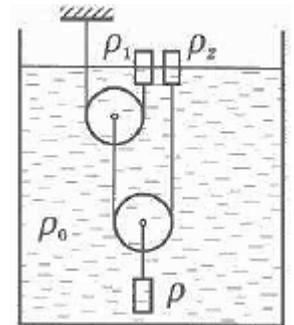
### Критерии оценивания

- За 1-й пункт - 1 балл
- За 2-й пункт - 1 балл
- За 3-й пункт 1 балл
- За 4-й пункт - 2 балла
- За 5-й пункт - 3 балла
- За 6-й пункт - 2 балла

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

### Задача № 4. Три цилиндра

В стакан с жидкостью, имеющей плотность  $\rho_0$ , погружены три цилиндрических тела одинакового объёма, но разных плотностей  $\rho$ ,  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ , соединены системой нитей и невесомых блоков объёмом которых можно пренебречь, как показано на рисунке. Система находится в равновесии, если два верхних цилиндра погружены ровно наполовину. Найти  $\rho_0$  и  $\rho$ , полагая, что  $\rho_1$  и  $\rho_2$  известны.



### Возможное решение

1. Расставить силы на рисунке и далее написать условия равновесия для трёх цилиндров.
2. Условие равновесия для цилиндра 1:  $m_1 \vec{g} + \vec{F}_{A1} + \vec{T}_1 = 0$  в проекции на вертикальную ось  $\rho_0 g \frac{1}{2} V = \rho_1 g V + T$ .
3. Условие равновесия для цилиндра 2:  $m_2 \vec{g} + \vec{F}_{A2} + \vec{T}_2 = 0$  в проекции на вертикальную ось  $\rho_0 g \frac{1}{2} V = \rho_2 g V + T_2$ .
4. Условие равновесия для нижнего цилиндра:  $m \vec{g} + \vec{F}_A + \vec{T} = 0$  в проекции на вертикальную ось  $\rho_0 g V = \rho g V - T$ .
5. В соответствии с рисунком запишем соотношения между силами натяжения нитей:  $T_2 = 2T_1$ ;  $T = 2T_2 = 4T_1$ .
6. Подставив в три верхних уравнений значения сил натяжения, выраженные через  $T_1$  получим систему из трёх уравнений с тремя неизвестными ( $\rho_0$ ,  $\rho$ ,  $T$ ):

$$\begin{cases} \rho_0 g \frac{1}{2} V = \rho_1 g V + T_1 \\ \rho_0 g \frac{1}{2} V = \rho_2 g V + 2T_1 \\ \rho_0 g V = \rho g V - 4T_1 \end{cases}$$

7. Решение системы даёт следующие ответы:  $\rho_0 = 4\rho_1 - 2\rho_2$  и  $\rho = 8\rho_1 - 6\rho_2$ .

### Критерии оценивания

- За 1-й пункт - 2 балла
- За 2-й пункт - 1 балл
- За 3-й пункт 1 балл

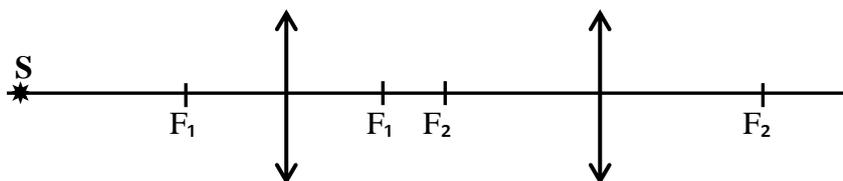
- За 4-й пункт - 1 балл
- За 5-й пункт - 2 балла
- За 6-й пункт - 1 балл
- За 7-й пункт - 2 балла

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

### Задача № 5. Две линзы

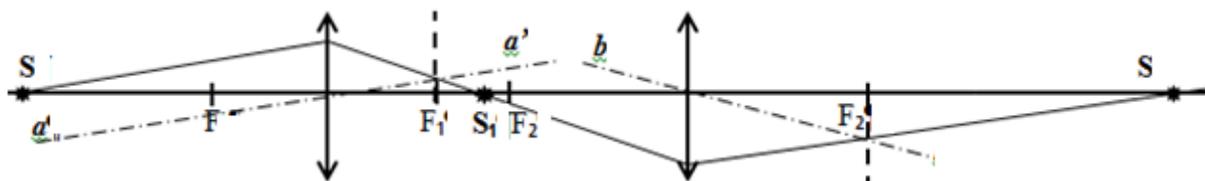
Две собирающие линзы, плоскости которых находятся на расстоянии  $L > F_1 + F_2$ , расположены на общей главной оси. На расстоянии  $d_1 > 2F_1$  на главной оптической оси находится светящаяся точка **S** (см. рис.). Построить изображение точки **S** и рассчитать её положение на оси.

Для однозначности построения, пусть  $L < 2F_1 + F_2$



#### Возможное решение

1. Первый луч идущий от источника **S** пускаем по главной оси, а второй – под небольшим углом к ней (смотри рисунок). Для построения его хода, после преломления в линзе, проводим побочную ось **aa'** параллельно второму лучу. Второй луч и побочная ось пересекаются в фокальной плоскости (фокальная плоскость изображена на рисунке «пунктиром», перпендикулярным к главной оптической оси в точке фокуса  $F_1$ ). Пересечение второго луча с главной оптической осью даст изображение источника  $S_1$ . Этим определён ход второго луча до второй линзы.
2. Аналогично строим с помощью побочной оси **bb'** и фокальной плоскости (фокальная плоскость изображена на рисунке «пунктиром», перпендикулярным к главной оптической оси в точке фокуса  $F_2$ ) ход луча после преломления во второй линзе. Таким образом получаем изображение источника  $S_2$ .



3. Для расчета ее положения воспользуемся формальным приёмом: изображение  $S_1$  даваемое первой линзой, можно рассматривать как предмет для построения во второй линзе.
4. Применяя стандартные обозначения, для первой линзе получаем:

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} \quad \text{откуда} \quad f_1 = \frac{F_1 d_1}{d_1 - F_1}$$

5. Аналогично для второй линзы получаем  $f_2 = \frac{F_2 d_2}{d_2 - F_2}$ , где  $d_2 = L - f_1$

#### Критерии оценивания

- За 1-й пункт - 3 балла
- За 2-й пункт - 2 балл
- За 3-й пункт - 2 балл
- За 4-й пункт - 2 балл

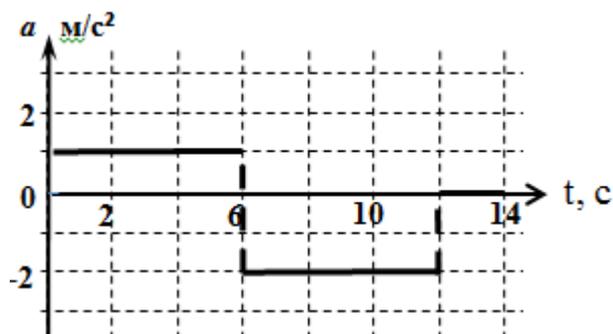
За 5-й пункт - 1 балл

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

9 Класс.

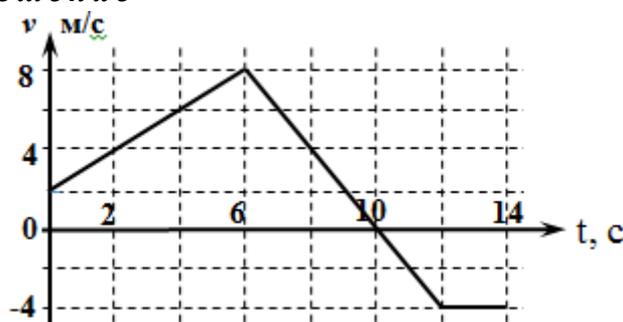
Задача № 1. Модель

Вдоль прямой движется детская управляемая модель машины. В начальный момент времени скорость точки  $V_0 = 2 \text{ м/с}$ . Зависимость ускорения точки изменяется со временем так, как это показано на рис. Какой путь пройдёт за всё время движения. Определить момент времени, когда тело окажется на максимальном расстоянии от исходной точки движения. Каково это расстояние?



Возможное решение

1. По данным графика в условии задачи построим изменение скорости от времени  $v(t)$
2. Из графика скорости видно, что первые 10 с модель ехала в одну сторону.
3. В 10-ю секунду модель развернулась и поехала в обратную сторону, Следовательно, в конце 10-й секунде машина была на максимальном удалении.
4. Максимальное удаление равно площади под графиком скорости от времени за 10с.



$$S_{max} = \frac{8 + 2}{2} \cdot 6 + \frac{8}{2} \cdot (10 - 6) = 50 \text{ (м)}$$

5. Для определения полного пути модели надо к  $S_{max}$  добавить площадь под графиком  $v(t)$  с 10-й по 14-ю секунду ( $S_{II}$ ).

$$S_{II} = \frac{4}{2} \cdot (14 - 10) = 8 \text{ (м)}$$

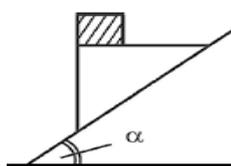
Тогда весь путь  $S_{весь} = 50 + 8 = 58 \text{ (м)}$

Критерии оценивания

- За 1-й пункт - 3 балла
- За 2-й пункт - 1 балла
- За 3-й пункт 2 балла
- За 4-й пункт - 2 балла
- За 5-й пункт - 2 балла

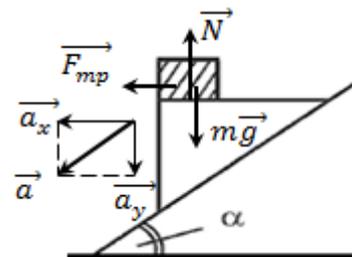
Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

Задача № 2. Брусок и клин



С наклонной плоскости соскальзывает без трения клин (см. рис.), на верхней горизонтальной грани клина находится брусок массой  $m = 100 \text{ г}$ . Угол наклона плоскости к горизонту равен  $\alpha = 30^\circ$ . Брусок по клину не скользит. Найти силу трения, действующую на брусок при движении клина. Найти силу давления, с которой брусок давит на клин при движении клина.

Возможное решение



- Находим ускорение, с которым система «клин + брусок» соскальзывает с наклонной плоскости. Т.к. клин скользит по наклонной плоскости без трения, то его ускорение вдоль плоскости  $a = g \cdot \sin \alpha$
- На рисунке из условия расставим силы, действующие на неподвижный брусок.
- Вектор ускорения бруска разложим на горизонтальную (x) и вертикальную (y) составляющие, т.е.  $a_x = g \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ ;  $a_y = g \cdot \sin^2 \alpha$ . Тогда второй закон Ньютона надо записать в проекциях по осям.
- Проекция на ось Oх:  $ma_x = F_{mp}$ , откуда:  $F_{mp} = mg \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \cdot mg \cdot \sin 2\alpha = 0,63 \text{ Н}$
- Проекция на ось Oy:  $ma_y = mg - N$   
откуда:  $N = mg - ma_y = mg \cdot (1 - \sin^2 \alpha) = g \cdot \cos^2 \alpha = 0,75 \text{ (Н)}$

### Критерии оценивания

- За 1-й пункт - 2 балла
- За 2-й пункт - 2 балла
- За 3-й пункт 2 балла
- За 4-й пункт - 2 балла
- За 5-й пункт - 2 балла

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

### Задача №3. Ледяная смесь

Теплоизолированный сосуд содержит смесь, состоящую из воды  $m_1 = 10 \text{ кг}$  и льда  $m_2 = 2 \text{ кг}$ , находящиеся в тепловом равновесии. В сосуд подают водяной пар при  $t = 100^\circ\text{C}$  в количестве  $m_3 = 2 \text{ кг}$ . Найти установившуюся температур равновесной системы.

Справка. Удельная теплоёмкость воды –  $c = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ . Удельная теплота плавления льда –  $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ . Удельная теплота парообразования воды –  $r = 2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$

### Возможное решение

- Количество теплоты, выделенной при конденсации пара –  $Q_1 = r \cdot m_3$
- Количество теплоты, выделенной при охлаждении воды, полученной из пара от  $100^\circ\text{C}$  до температуры равновесного состояния  $\theta$   $Q_2 = c \cdot m_3 \cdot (100^\circ\text{C} - \theta)$
- Количество теплоты, поглощённой при таянии льда –  $Q_3 = \lambda \cdot m_2$
- Количество теплоты, поглощённой при нагревании воды растаявшего льда до температуры равновесного состояния  $\theta$  –  $Q_4 = c \cdot (m_1 + m_2) \cdot \theta$
- Уравнение теплового баланса в этом процессе:  $Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4$  или  
 $r \cdot m_3 + c \cdot m_3 \cdot (100^\circ\text{C} - \theta) = \lambda \cdot m_2 + c \cdot (m_1 + m_2) \cdot \theta$ .
- Определение установившейся температуры:

$$\frac{rm_3 + cm_3\theta - \lambda m_2}{c(m_1 + m_2 + m_3)} \approx 81^\circ\text{C}$$

### Критерии оценивания

- За 1-й пункт - 1 балла
- За 2-й пункт - 1 балла

За 3-й пункт 1 балла

За 4-й пункт - 2 балла

За 5-й пункт - 3 балла

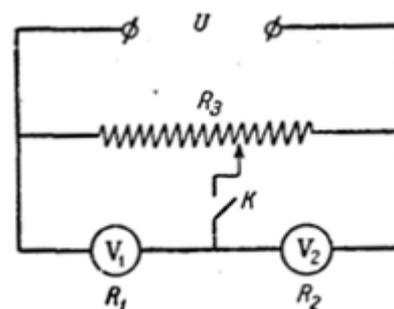
За 6-й пункт - 2 балла

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

#### Задача № 4. Два вольтметра

Два вольтметра с внутренними сопротивлениями  $R_1 = 6 \text{ кОм}$  и  $R_2 = 4 \text{ кОм}$  соединены последовательно. Параллельно к ним включено сопротивление  $R_3 = 10 \text{ кОм}$ . На эту систему подано напряжение  $U = 180 \text{ В}$ .

1. Что показывают вольтметры при разомкнутом ключе  $K$  ?
2. Каковы показания вольтметров, когда ключ  $K$  замкнут, а движок соединен с серединой сопротивления  $R_3$  ?



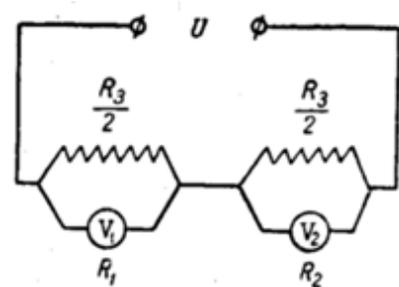
#### Возможное решение

1. При разомкнутом ключе  $K$  на вольтметры, соединённые последовательно между собой подано напряжение  $U$ , поэтому сила тока одинакова  $U_1/R_1 = U_2/R_2$   $U = U_1 + U_2$
2. Решив эту систему получим  $U_1 = U \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 108 \text{ В}$ ;  $U_2 = 72 \text{ В}$
3. Когда ключ  $K$  замкнут, то схема примет вид, изображенный на рисунке, тогда сопротивление схемы при первом вольтметре  $R_1'$

$$R_1' = \frac{R_1 \cdot \frac{R_3}{2}}{R_1 + \frac{R_3}{2}}$$

Сопротивление схемы при втором вольтметре  $R_2'$

$$R_2' = \frac{R_2 \cdot \frac{R_3}{2}}{R_2 + \frac{R_3}{2}}$$



Сумма напряжений сохраняется  $U = U_1' + U_2'$  и так же  $U_1'/R_1' = U_2'/R_2'$ .

4. Решая аналогично для исходной схемы, получим

$$U_1' = U \frac{R_1 (R_3 + 2R_2)}{4R_1R_2 + R_3(R_1 + R_2)}$$

Подставив числовые получим  $U_1' = 99 \text{ В}$ ,  $U_2' = 81 \text{ В}$

#### Критерии оценивания

За 1-й пункт - 2 балла

За 2-й пункт - 2 балла

За 3-й пункт 4 балла

За 4-й пункт - 2 балла

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

### Задача № 5. Зеркальный треугольник

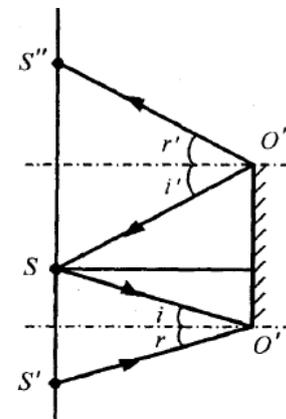
На поверхности плоского экрана находится точечный источник света. Параллельно экрану расположено зеркало в форме равностороннего треугольника со стороной  $a = 20$  см. Центр зеркала находится напротив источника. Определите площадь светового пятна, т.е. образованного на экране отраженными от зеркала лучами.

Примечание. Под центром правильного треугольника понимается центр описанной или вписанной окружности

#### Возможное решение

1. Построим ход лучей при отражении от зеркала. Т.к. при отражении света угол падения равен углу отражения, а зеркало расположено параллельно экрану, то размеры изображения не зависят от расстояния между экраном и зеркалом (см. рис.).
2. При таком построении, очевидно, что размеры светового пятна от зеркала будет в два раза больше размеров самого зеркала (см. рис.).
3. Площадь светового пятна будет в четыре раза больше площади самого зеркала

$$S_{\text{пят}} = \sqrt{3} a^2 \approx 692 \text{ см}^2$$



#### Критерии оценивания

За 1-й пункт - 5 балла

За 2-й пункт - 2 балла

За 3-й пункт 3 балла

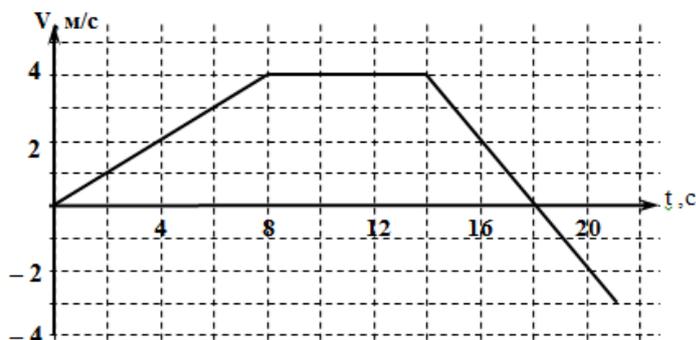
Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

## 8 Класс.

### Задача № 1. Испытания марсохода

При испытаниях марсохода на одном из прямолинейных участков движения были получены зависимость скорости от времени, приведенные на графике.

- 1) Найдите путь марсохода за всё время движения.
- 2) Найдите расстояние между начальной и конечной точками траектории.



#### Возможное решение

1. Путь, пройденный телом, за время  $t$  определяется площадью под графиком скорости от времени
2. Следовательно, путь равен сумме площади за первые 18 секунд и площади с 18-той по 21 секунду:  $\frac{(18+3) \cdot 4}{2} + \frac{3 \cdot 3}{2} = 42 + 4,5 = 46,5$  (м)
3. Т.к. тело первые 21 с тело двигалось в положительную сторону и 3 с возвращалось, то расстояние, между начальной и конечной точкой движения:  $\frac{(18+3) \cdot 4}{2} - \frac{3 \cdot 3}{2} = 37,5$  (м)

#### Критерии оценивания

За 1-й пункт - 3 балла

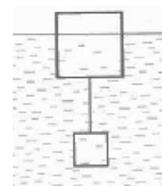
За 2-й пункт - 4 балла

За 3-й пункт 3 балла

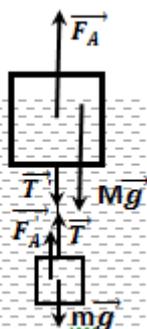
Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

### Задача № 2. Два кубика

Два кубика, связанные нитью, находятся в воде, так как показано на рисунке. Верхней, со стороной  $a = 80$  см, плавает, погрузившись в воду на три четверти своего объема. Сторона нижнего в два раза меньше, но его плотность в 3 раза больше, чем у верхнего куба. Определите плотность материала верхнего кубика и силу натяжения связывающей кубики нити  $T$ .



#### Возможное решение



1. Сделан рисунок и расставлены силы.

2. Условие равновесия для кубика массой  $M$ :  $\vec{F}_A + \vec{Mg} + \vec{T} = \vec{0}$

$$\text{В проекции на вертикальную ось: } F_A = Mg + T \text{ или } \frac{3}{4} \rho_0 a^3 g = \rho a^3 g + T$$

3. Условие равновесия для кубика массой  $m$ :  $\vec{F}'_A + \vec{mg} + \vec{T}' = \vec{0}$

$$\text{В проекции на вертикальную ось: } F_A + T = mg \text{ или } \frac{1}{8} \rho_0 a^3 g = \frac{3}{8} \rho a^3 g + T'$$

4. Т.к.  $T = T'$  по 3-му закону Ньютона, то имеем систему двух уравнений с двумя неизвестными  $\rho_0$  и  $T$ . Решая эту систему получим ответы

$$5. \rho = \frac{7}{11} \rho_0 = 0,636 \text{ г/см}^3 ;$$

$$6. T = \frac{5}{44} \rho_0 a^3 g \approx 49 \text{ (Н)}$$

### Критерии оценивания

- За 1-й пункт - 3 балла
- За 2-й пункт - 2 балла
- За 3-й пункт - 2 балла
- За 4-й пункт - 1 балла
- За 5-й пункт - 1 балла
- За 6-й пункт - 1 балла

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

### Задача № 3. Фаренгейт

Экспериментатор Глюк обратил внимание, что в начале зимы показания двух уличных термометров (один проградуирован в градусах Цельсия, а другой в градусах Фаренгейта) совпадая по модулю имеют разные знаки  $-11,5^{\circ}\text{C}$  и  $11,5^{\circ}\text{F}$ . Когда наступили суровые морозы, показания термометров опять совпали, но теперь уже и по знаку  $-40^{\circ}\text{C}$  и  $-40^{\circ}\text{F}$ . Определите, какую температуру показывает термометр в градусах Цельсия, когда показания второго равны  $+40^{\circ}\text{F}$ .

#### Возможное решение

Так как обе шкалы линейные, то линейен и закон преобразования из градусов Фаренгейта в градусы по Цельсию. Запишем его:  $T_C = aT_F + b$ , где  $a$  и  $b$  – постоянные коэффициенты.  $T_{F1} = 11,5^{\circ}\text{F}$ ,  $T_{C1} = -11,5^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{F2} = -40^{\circ}\text{F}$ ,  $T_{C2} = -40^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{F3} = 40^{\circ}\text{F}$ ,  $T_{C3}$  – необходимо найти.

Решая систему, найдем  $a = \frac{T_{C1} - T_{C2}}{T_{F1} - T_{F2}} = 0,56^{\circ}\text{C}/^{\circ}\text{F}$  и  $b = \frac{T_{C2} \cdot T_{F1} - T_{C1} \cdot T_{F2}}{T_{F1} - T_{F2}} = -17,9^{\circ}\text{C}$ .

Подставив  $T_{F3} = 40^{\circ}\text{F}$  в полученный закон перевода, получим  $T_{C3} = aT_{F3} + b = 4,5^{\circ}\text{C}$ .

### Критерии оценивания

- |  |          |
|--|----------|
| 1. Высказана идея о том, что необходимо найти закон перевода     | 1 балл   |
| 2. Записана система уравнений                                    | 2 балла  |
| 3. Найдены коэффициенты в законе перевода (по 3 балла за каждый) | 6 баллов |
| 4. Найдена искомая температура                                   | 1 балл   |

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

### Задача № 4. Переливание

В прямоугольном поддоне со сторонами  $a = 30$  см,  $b = 20$  см и высотой бортика  $h_0 = 10$  см стоят легкие цилиндрические сосуды с площадью основания  $S = 100$  см<sup>2</sup> каждый (см. рис.). Высота первого сосуда  $h_0$ , а второго  $5h_0$ . Дно поддона шероховатое. В высокий сосуд через отверстие в стенке вставлена тонкая трубка с краном **К**, второй конец которой лежит на стенке низкого сосуда. В этом положении трубка горизонтальна. Благодаря наличию устройства **У**, при открытом кране **К** уровень воды в высоком сосуде понижается с постоянной скоростью  $v = 1,0$  мм/с. Первоначально в низком сосуде и поддоне воды нет, а уровень воды в высоком сосуде равен  $5h_0$ . В момент времени  $t = 0$  кран открывают. Постройте

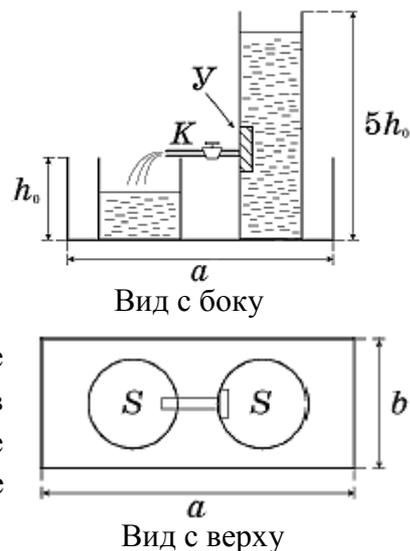


график зависимости давления  $p$ , оказываемого низким сосудом на дно поддона, от времени  $t$  после открытия крана ( $0 < t < 500$  с). Отметьте на осях графика величины  $p$  и  $t$  в характерных точках – излома, максимума или минимума

### *Возможное решение*

Так как площади сечения сосудов одинаковы, а уровень воды в высоком сосуде понижается со скоростью  $v = 1$  мм/с, низкий сосуд заполнится через время  $t_1 = h_0/v = 100$  с после открытия крана. До этого момента воды в поддоне нет, сила Архимеда на сосуд не действует, а давление, оказываемое низким сосудом на дно поддона, равномерно возрастает  $P(t) = \rho gh = \rho gvt$ . Максимальное значение давления  $P_{\max}$  достигается при  $t = t_1$  и равно  $P_{\max} = 1000$  Па.

Начиная с момента времени  $t_1$ , вытекающая вода начинает заполнять поддон и появляется всё возрастающая сила Архимеда, действующая на сосуды. Всего в поддон вытечет объем воды равный  $V = 3h_0S = 3000$  см<sup>3</sup>. Этот объем воды будет вытекать в течение времени  $t_2 = 300$  с и растечётся по площади  $S_1$ , равной площади поддона минус площадь сечения двух сосудов:

$S_1 = ab - 2S = 400$  см<sup>2</sup>. Из условия равенства объемов получаем  $V = S_1 \cdot Z_{\max}$ , где  $Z_{\max}$  максимальный уровень воды в поддоне, и окончательно:

$Z_{\max} = V/S_1 = 3h_0S/(ab - 2S) = 7,5$  см = 75 мм. После этого вытекание воды прекратится и никаких изменений в системе происходить не будет.

Максимальная сила Архимеда, действующая на сосуд при уровне воды в поддоне  $Z_{\max}$ , равна  $F_A = \rho gSZ_{\max} = 7,5$  Н. При этом достигается минимальное давление заполненного водой низкого сосуда на дно поддона

$P_{\min} = P_{\max} - F_A/S = 1000 - 750 = 250$  Па.

График зависимости  $P(t)$  представлен на рисунке

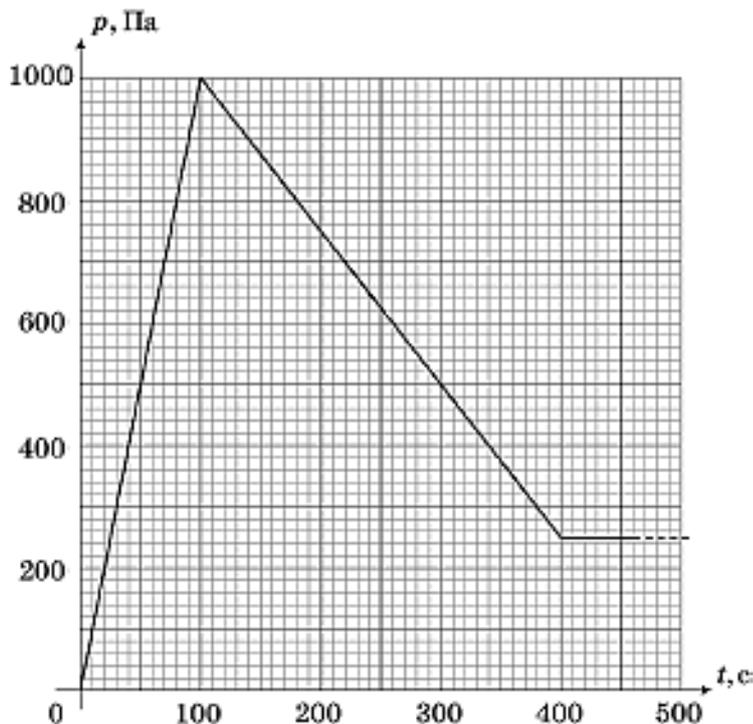


Рис.

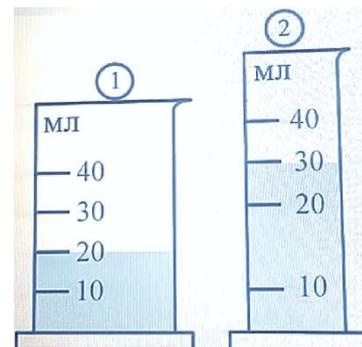
### *Критерии оценивания*

- |  |           |
|--|-----------|
| 1. Определено время заполнения низкого сосуда  | 1 балл    |
| 2. Определено максимальное давление низкого сосуда на дно поддона                        | 1 балл    |
| 3. Определено общее время вытекания воды из высокого сосуда                              | 1 балл    |
| 4. Определен максимальный уровень воды в поддоне   | 2 балла   |
| 5. Определена максимальная сила Архимеда   | 1 балл    |
| 6. Определено минимальное давление низкого сосуда на дно поддона                         | 2 балла   |
| 7. Представлен правильный график зависимости $P(t)$                                      | 2 балла   |
| 8. Подписаны оси и указаны единицы измерения, выбран удобный масштаб с равными делениями | 0,5 балла |
| Наличие трех участков на графике   | 0,5 балла |
| Верно нанесены характерные точки изломов   | 1 балл    |
- Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

7 Класс.

Задача № 1. Мензурки

Насте понадобилось измерить объём некоторой жидкости. Для измерения объёма Настя нашла две мензурки (см. рис.), одна из которых была фабричной. В эти мензурки налили одинаковые порции воды. Чему равен объём воды налитой в пробирки?



Возможное решение

1. Сравнивая цену деления мензурок, приходим к выводу, что левая мензурка – фабричная.
2. Общий объём воды 40 мл.

Критерии

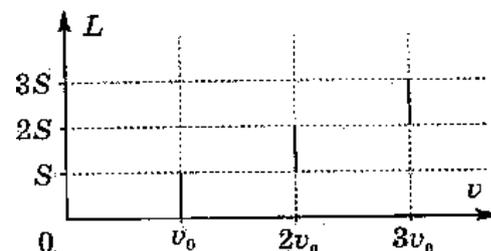
За 1-й пункт - 5 баллов

За 2-й пункт - 5 баллов

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

Задача № 2. Управляющий

Управляющий агрохолдинга возвращался в город, дорога постепенно улучшалась. График зависимости пройденного пути от скорости приведен на рисунке. Найдите среднюю скорость машины на всём пути.



Возможное решение

1. Нахождение времени движения на каждом участке:  $t_1 = S/v_0$ ;  $t_2 = S/(2v_0)$ ;  $t_3 = S/(3v_0)$
2. Нахождение средней скорости  $v_{cp} = \frac{3S}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{3S \cdot 6v_0}{S(6 + 2 + 3)} = \frac{18}{11} v_0$

Критерии

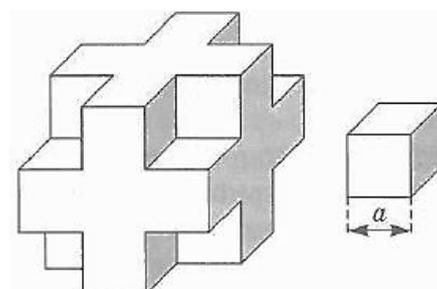
За 1-й пункт - 6 баллов (За каждое  $t$  по 2 балла)

За 2-й пункт - 4 балла

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

Задача № 3. Странный кубик

Исследуемое тело массой  $M = 38$  кг представляет собой куб, из каждого угла которого вырезан маленький кубик со стороной, равной одной трети стороны большого куба (см. рисунок). Сторона маленького куба  $a = 10$  см. Определите плотность материала, из которого сделано тело и массу маленького кубика



### Возможное решение

1. Определение числа маленьких кубиков в заданном теле : послойно  $5 + 9 + 5 = 19$  (кубиков)
2. Определение массы маленького кубика  $m = M/19 = 2$  кг.
3. Определение плотности материала тела  $\rho = m/a^3 = 2/10^{-3} = 2000$  (кг/м<sup>3</sup>)

### Критерии

За 1-й пункт - 6 баллов

За 2-й пункт - 2 балла

За 3-й пункт - 2 балла

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.

### Задача № 4. Астрономические единицы

Расстояния между звёздами так велики, что их принято измерять в астрономических единицах и парсеках. Одна астрономическая единица (*а.е.*) численно равна среднему расстоянию от Земли до Солнца,  $1 \text{ а.е.} = 150$  млн. км. Один парсек – это расстояние, откуда радиус земной орбиты виден под углом в одну угловую секунду. Сколько астрономических единиц содержится в одном парсеке? За сколько лет свет преодолеет расстояние в один парсек?

Справка: В одном угловом градусе содержится 60 угловых минут ( $1^\circ = 60'$ ). В одной угловой минуте содержится 60 угловых секунд ( $1' = 60''$ ). Скорость света 300 тысяч км/с.

### Возможное решение

1. Определим величину парсека в *а.е.* Пусть  $R - 1 \text{ а.е.}$ , 

Точка А – точка в пространстве из которой радиус земной орбиты  $R$  виден в одну угловую секунду.  $L$  – это расстояние и есть один парсек. Длина окружности с радиусом в 1 парсек равно  $2\pi L$ , в угловой мере это составляет  $360^\circ \cdot 60' \cdot 60''$  – угловых секунд.

$$\text{Следовательно, } L = \frac{360^\circ \cdot 60' \cdot 60''}{2 \cdot 3,1416} = 206264 \text{ а.е.} = 3,094 \cdot 10^4 \text{ млн.км.} = 3,094 \cdot 10^{13} \text{ км}$$

2. Расстояние, которое пролетает свет за один год (в астрономии такая единица называется световым годом):  $300 \text{ тыс.км/с} \cdot 365 \text{ дн.} \cdot 24 \text{ ч.} \cdot 3600 \text{ с} = 9,4608 \cdot 10^9 \text{ тыс. км} = 9,4608 \cdot 10^{12} \text{ км.}$

3. Время за которое свет проходит 1 парсек  $t = \frac{3,094 \cdot 10^{16}}{9,4608 \cdot 10^{12}} = 3,27$  лет

### Критерии

За 1-й пункт - 4 балла

За 2-й пункт - 3 балла

За 3-й пункт - 3 балла

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2 баллов.