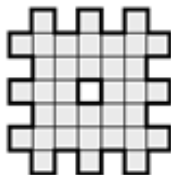
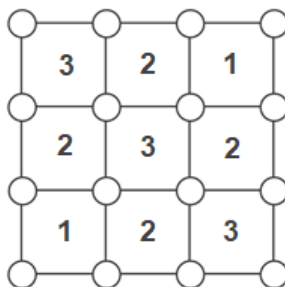


7 класс

- Сумма 2020 натуральных чисел является нечётным числом. Каким числом (чётным или нечётным) является произведение этих чисел? Ответ подробно обоснуйте.
- Разрежьте фигуру на четыре части, из которых можно сложить квадрат.



- Квадратное поле размером 3×3 разбито на 9 квадратных ячеек. В центре каждой из них записано число, указывающее на количество монет, спрятанных в углах этой ячейки (в каждом углу спрятано не более одной монеты). Сколько всего монет расположено на этом квадратном поле размером 3×3 ?



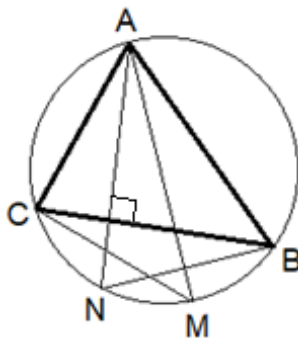
- Буратино закопал на Поле Чудес два слитка: золотой и серебряный. В те дни, когда погода хорошая, золотой слиток увеличивается на 30%, а серебряный – на 20%. А в те дни, когда погода плохая, золотой слиток уменьшается на 30%, а серебряный – на 20%. Через неделю оказалось, что один из слитков увеличился, а другой уменьшился. Сколько дней была хорошая погода?
- Пять подружек Соня, Таня, Лена, Галя и Вика родились в пяти городах: Риге, Пензе, Казани, Белгороде и Москве. Каждая из них любит конфеты, производимые в одном из этих городов. Известно, что никто не любит конфеты, произведенные в родном городе. Соня любит конфеты из Риги. Таня родом из Риги, у нее любимые конфеты из Пензы. Вика любит конфеты из Москвы. Галины любимые конфеты производят в Белгороде. Вика родом из Казани. Уроженка Пензы любит конфеты, сделанные на родине Лены. Кто из подруг родился в Москве?

8 класс

1. Каждый полуврун поочередно через день врёт и говорит правду (если сегодня врёт, то завтра говорит правду и наоборот). Ровно неделю назад один полуврун высказал два утверждения: «Вчера была среда»; «Завтра будет четверг». Сегодня он высказал два других утверждения: «Вчера была пятница» и «Завтра будет выходной». Можно ли определить какой сегодня день недели? Ответ подробно обоснуйте.
2. Найдите наименьшее натуральное число, имеющее ровно 12 различных натуральных делителей, наибольший простой делитель которого есть число 101, а последняя цифра – нуль.
3. Сколько существует четырёхзначных чисел, у которых цифра тысяч больше цифры сотен?
4. В треугольнике ABC биссектриса угла C пересекает сторону AB в точке M , а биссектриса угла A пересекает отрезок CM в точке T . Оказалось, что отрезки CM и AT разбили треугольник ABC на три равнобедренных треугольника. Найдите углы треугольника ABC .
5. Какое минимальное число фишек нужно взять, чтобы при любой их расстановке на клетках шахматной доски обязательно встретились бы 4 фишки, стоящие друг за другом по горизонтали?

9 класс

1. Числа p и b являются корнями квадратного уравнения $x^2 + 2020ax + c = 0$, $a \neq 0$. Найдите сумму корней квадратных уравнений $ax^2 + bx + d = 0$ и $ax^2 + px + q = 0$, если каждое из них имеет 2 различных действительных корня.
2. Найдите наименьшее натуральное число, имеющее ровно 12 различных натуральных делителей, наибольший простой делитель которого есть число 101, а последняя цифра – нуль.
3. Треугольник ABC вписан в окружность. Точки M и N такие, что отрезок AM является диаметром, а отрезок AN перпендикулярен стороне BC . Докажите, что $BN = CM$.



4. На свой день рождения Пятачок испек большой пирог весом 10 кг и пригласил 100 гостей. Среди них был Винни-Пух, равнодушный к сладостям. Именинник огласил правило деления пирога: первый гость отрезает себе кусок пирога размером 1%, второй гость отрезает себе кусок пирога размером 2% от оставшейся части, третий гость отрезает себе кусок пирога размером 3% от оставшейся части и так далее. Какое место по счету в очереди нужно занять Винни-Пуху, чтобы получить наибольший кусок пирога?
5. На сайте футбольного клуба «Астрахань» проводится опрос, кого из m футболистов посетители сайта считают лучшим по итогам сезона. Каждый посетитель голосует один раз за одного футболиста. На сайте отображается рейтинг каждого футболиста – это доля голосов, отданных за него, в процентах, округленных до целого числа. После того, как проголосовало несколько посетителей, суммарный рейтинг номинантов составил 95%. При каком наименьшем m такое возможно?

10 класс

1. Последовательность задана рекуррентным способом: $a_1=1$, $a_2 = 2$, $a_{n+2} = \frac{a_{n+1}}{a_n}$. Найдите сумму 1730 первых членов этой последовательности.
2. Можно ли число 2020 представить в виде суммы 99 натуральных чисел с одинаковыми суммами цифр?
3. Книга сшита из 12 одинаковых тетрадей. Каждая тетрадь состоит из нескольких двойных листов, вложенных друг в друга. Тетради книги сшиты последовательно друг за другом. Все страницы книги пронумерованы, начиная с 1. Сумма номеров четырех страниц одного из двойных листов четвертой тетради равна 338. Сколько страниц в этой книге?
4. На сторонах AB и BC треугольника ABC отмечены такие точки M и N , что $AM = BN$ и четырехугольник $AMNC$ – вписанный. Пусть BL – биссектриса треугольника ABC . Докажите, что прямые ML и BC параллельны.
5. Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$x^2 + xy + y^2 = x + 20.$$

11 класс

1. Найдите сумму коэффициентов многочлена, полученного после раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых в выражении $(2x^{2021} - x^{2020} + x^{2019})^{11} - 29$.
2. Можно ли число 2019 представить в виде суммы 90 натуральных чисел с одинаковыми суммами цифр?
3. Известно, что $ab < 0$. Докажите, что $a^2 + b^2 + c^2 > 2ab + 2bc + 2ca$.
4. В треугольник ABC вписана полуокружность так, что ее диаметр лежит на стороне BC , а дуга касается сторон AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно. Докажите, что

$$\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BH}{HC} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1,$$

где H – основание высоты, опущенной из точки A на сторону BC .

5. Найдите все тройки натуральных чисел, для которых выполнено условие: произведение любых двух из них, увеличенное на единицу, делится на оставшееся число.